MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2020 - 2021

Matematică

Testul 2

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** Suma divizorilor naturali ai lui 10 este numărul:

a) 7
b) 8
c) 10
d) 18

$D_{10} = \{1; 2; 5; 10\}$

$1 + 2 + 5 + 10 = 18$

5p **2.** În tabelul următor este prezentată situația cheltuielilor și a veniturilor unei societăți comerciale.

Anul	Cheltuieli (lei)	Venituri (lei)
2017	90000	110000
2018	150000	250000
2019	150000	180000
2020	190000	200000

Raportul dintre cheltuielile și veniturile înregistrate de către societatea comercială este egal cu $\frac{5}{6}$ în anul :

a) 2017
b) 2018
c) 2019
d) 2020

$2017 \rightarrow \frac{c}{v} = \frac{9\cancel{0000}}{11\cancel{0000}} = \frac{9}{11}$; $2018 \rightarrow \frac{\cancel{15}^{3}\cancel{0000}}{\cancel{25}_{5}\cancel{0000}} = \frac{3}{5}$

$2019 \rightarrow \frac{\cancel{15}^{5}\cancel{0000}}{\cancel{18}_{6}\cancel{0000}} = \boxed{\frac{5}{6}}$ $2020 \rightarrow \frac{19\cancel{0000}}{20\cancel{0000}} = \frac{19}{20}$

5p **3.** Rezultatul calculului $5-(2\cdot3-7)-6$ este numărul:

a) -4
b) -2
c) 0
d) 1

$5-(6-7)-6 = 5-(-1)-6 = 5+1-6 = 0$

5p **4.** Într-un depozit sunt 2700 kg de fructe: mere, père, gutui și struguri, după cum este prezentat în tabelul următor:

mere	900 kg
pere	500 kg
gutui	490 kg
struguri	810 kg

Dintre fructele de mai sus, categoria care reprezintă 30% din cantitatea de fructe din acest depozit este :

a) mere
b) pere
c) gutui
d) struguri

$(30\%$ din $2700) = \frac{30}{\cancel{100}} \cdot 27\cancel{00} = 810$ (kg)
Din tabel rezultă că sunt struguri.

5p **5.** Dacă $a = \sqrt{10^2 - 8^2}$, atunci a este egal cu:

a) 2
b) 4
c) 6
d) 36

$a = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$

5p **6.** Un biciclist se deplasează cu viteza de 40 km pe oră. Alexandru, afirmă că biciclistul, păstrând viteza de deplasare, a parcurs 60 km în 60 de minute. Afirmaţia lui Alexandru este :

a) adevărată
b) falsă

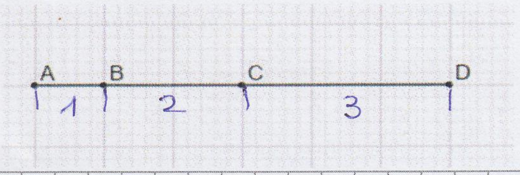
40 km îi parcurgi într-o oră, deci în 60 min.
„60 km în 60 min" este fals.

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

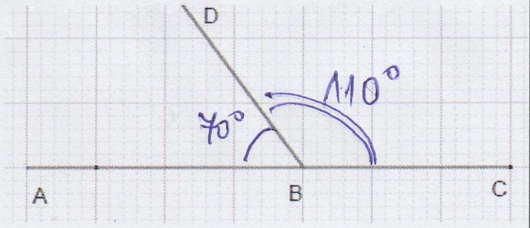
5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C și D astfel încât $AB = 1\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$ și $CD = 3\text{cm}$. Dintre aceste puncte, cel care reprezintă mijlocul unui segment din figură, este punctul:

a) A
b) B
c) C
d) D



$AC = AB + BC = 1+2 = 3 = CD \Rightarrow AC = CD$
deci C este mijlocul lui $[AD]$.

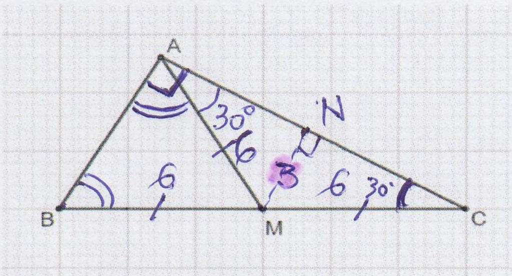
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate două unghiuri adiacente suplementare astfel încât măsura ughiului ascuțit să fie $70°$. Care dintre următoarele valori reprezintă măsura celuilalt unghi?



a) $20°$
b) $35°$
c) $70°$
d) $110°$

$180° - 70° = 110°$

5p **3.** În grădina casei Teodorei există patru tufe de trandafiri poziționate pe figura alăturată în punctele A, B, C și M. Măsura unghiului BAC este de $90°$, punctul M aparține lui BC, $AM \equiv MC$, $\sphericalangle MAC = 30°$ și $BM = 6\text{m}$. Teodora vrea să amenajeze o alee din punctul M care să fie perpendiculară pe latura AC a grădinii. Aleea amenajată de Teodora de la punctul M la latura AC are o lungime egală cu:



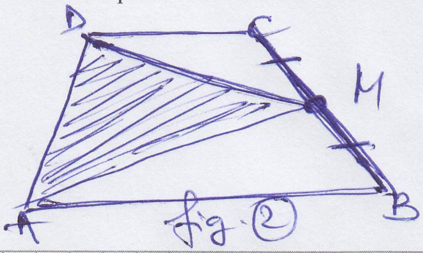
a) 2m
b) 3m
c) 4m
d) 6m

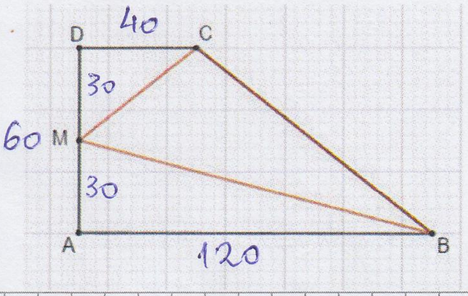
$AM = MC \Rightarrow \Delta MAC$: isoscel $\Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{MAC} = 30° \Rightarrow$
$\Rightarrow \widehat{ABM} = 60°$
$(= 90° - 30°)$
$\widehat{MAC} = 30° \Rightarrow \widehat{MAB} = 90° - 30° = 60°$
$\widehat{MAB} = 60°;\ \widehat{ABM} = 60° \Rightarrow \Delta ABM$: echilateral,
deci $BM = AM = MC = AB = 6\text{ m}$. Fie $MN \perp AC$.
În ΔNMC cateta MN, opusă lui $\hat{C} = 30°$, $MN = \frac{1}{2} MC = \frac{6}{2} =$
$= 3(\text{m})$

5p **4.** Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de trapez dreptunghic $ABCD$ cu baza mare $AB = 120\,\text{m}$, baza mică $CD = 40\,\text{m}$ și înălțimea $AD = 60\,\text{m}$. Terenul este împărțit în trei parcele pe care s-au plantat lalele, zambile și narcise. Cele trei parcele sunt ABM, BMC și CMD, unde M este mijlocul segmentului AD. Precizăm că lalelele s-au plantat pe suprafața triunghiului ABM, zambilele pe suprafața triunghiului BMC, iar narcisele pe suprafața triunghiului CMD.

Aria suprafeței pe care s-au plantat zambilele este:

a) $600\,\text{m}^2$
b) $1800\,\text{m}^2$
c) $2400\,\text{m}^2$
d) $4800\,\text{m}^2$





$A_{\Delta BMC} = A_{ABCD} - A_{\Delta AMB} - A_{\Delta DMC} =$

$= \frac{(120+40)\cdot \cancel{60}^{30}}{\cancel{2}_1} - \frac{\cancel{40}^{20}\cdot 30}{\cancel{2}_1} - \frac{\cancel{120}^{60}\cdot 30}{\cancel{2}_1} =$

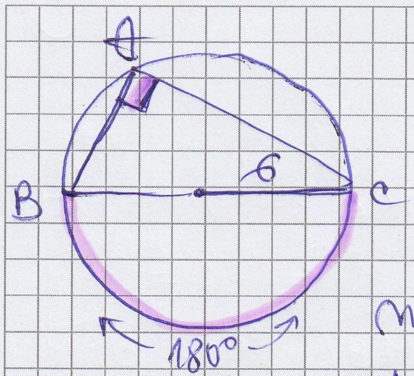
$= 160\cdot 30 - 20\cdot 30 - 60\cdot 30 = (160-20-60)\cdot 30 =$

$= 80\cdot 30 = 2400\ (m^2)$

OBS: Se putea aplica următoarea teoremă: fig ②
Într-un trapez oarecare în care M e mijlocul unei laturi neparalele avem $\boxed{A_{\Delta MAD} = \frac{1}{2} A_{ABCD}}$
unde $A_{ABCD} = 160\cdot 30 = 4800\ (m^2)$

5p **5.** Triunghiul ABC este înscris în cercul de centru O și rază $6\,\text{cm}$. Știind că latura BC a triunghiului ABC are $12\,\text{cm}$, atunci măsura unghiului BAC este:

a) $30°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $150°$



$\left.\begin{array}{l} BC = 12\,cm \\ R = 6\,cm \end{array}\right\} \Rightarrow BC$ e diametru

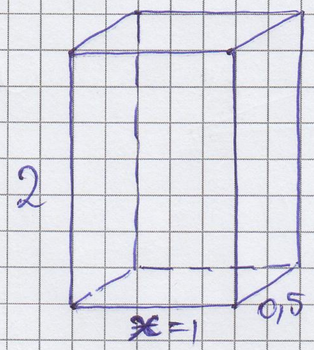
Unghiul înscris în cerc are măsura $\frac{1}{2}$ din măsura arcului subîntins, deci

$m(\hat{A}) = \frac{1}{2}\, m(\overset{\frown}{BC}) = \frac{1}{2}\cdot 180° = 90°.$

5p **6.** O față a unui dulap în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2m și $0{,}5\text{m}$. Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este de 14m. Volumul dulapului este egal cu:

a) 1m^3
b) 4m^3
c) 14m^3
d) $16{,}5\text{m}^3$

$V = L \cdot l \cdot h = 1 \cdot 0{,}5 \cdot 2 = 1\,(m^3)$
pentru că:



$L = x$
$l = 0{,}5\ m$
$h = 2\ m$

Suma tuturor muchiilor înseamnă $4L + 4l + 4h =$

$= 4 \cdot x + 4 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 2 = 4x + 2 + 8 =$
$= 4x + 10 = 14 \Rightarrow 4x = 14 - 10$
$4x = 4 \quad x = 1\,(m)$

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Într-un bloc sunt 40 de apartamente cu câte două respectiv trei camere. În aceste apartamente sunt în total 90 de camere.

(2p) a) Este posibil ca în bloc să fie 31 apartamente cu trei camere? Justifică răspunsul dat.

Dacă ar fi 31 de apartamente cu 3 camere, atunci numărul camerelor ar fi $3 \cdot 31 = 93$, deci mai multe decât în realitate. Deci nu e posibil ca în bloc să fie 31 de apartamente cu 3 camere.

(3p) b) Determină câte apartamente cu trei camere sunt în acest bloc.

Notăm cu x nr. apartamentelor cu 2 camere și cu y nr. apartamentelor cu 3 camere.

$$\begin{cases} x + y = 40 \quad | \cdot (-2) \\ 2x + 3y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -80 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$
$$\overline{\quad / \qquad y = 10 \quad}$$

Deci în bloc sunt 10 apartamente cu 3 camere.

V: 30 cu 2 camere
$30 \times 2 + 10 \times 3 = 60 + 30 = 90$ ✓

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(x+3)^2-2(x^2+3x)+(x+1)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x)=2x+10$, pentru orice x număr real.

$E(x) = x^2 + \cancel{6x} + 9 - 2x^2 - \cancel{6x} + x^2 + 2x + 1 =$

$= 2x+10$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Determină numărul întreg a pentru care $E(a-2)+a=0$.

$E(a-2)+a=0,\ a\in\mathbb{Z} \iff$

$\iff 2(a-2)+10+a=0 \iff$

$\iff 2a-4+10+a=0 \iff$

$\iff 3a=4-10 \iff 3a=-6 \iff$

$\iff a=\frac{-6}{3} \iff a=-2\in\mathbb{Z}$. Deci $a=-2$.

$E(a-2)=2(a-2)+10$

5p **3.** Fie numerele $a=\sqrt{175}-\sqrt{98}-\sqrt{63}+3\sqrt{50}$ și $b=\sqrt{28}-\sqrt{112}+\sqrt{162}+\sqrt{2}-\sqrt{8}$.

(2p) a) Arată că $a=2\sqrt{7}+8\sqrt{2}$.

$a = 5\sqrt{7} - 7\sqrt{2} - 3\sqrt{7} + 15\sqrt{2} =$

$= 2\sqrt{7}+8\sqrt{2}$.

$175=25\cdot 7$

$98=49\cdot 2$

$3\sqrt{50}=15\sqrt{2}$

$b = 2\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 9\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$

$= -2\sqrt{7}+8\sqrt{2} =$

$= 8\sqrt{2}-2\sqrt{7}$.

$\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

$$\begin{array}{r|l} 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

(3p) b) Calculează media geometrică a numerelor a și b .

$b = 2\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 9\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$

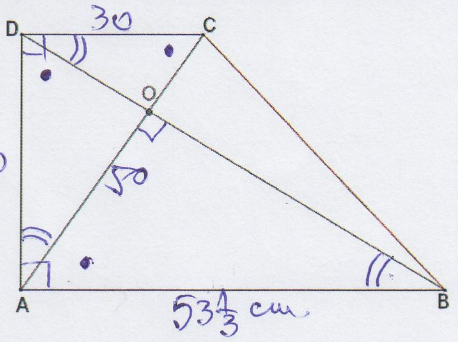
$= -2\sqrt{7} + 8\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$.

$m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{(8\sqrt{2}+2\sqrt{7})(8\sqrt{2}-2\sqrt{7})} =$

$= \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{64 \cdot 2 - 4 \cdot 7} = \sqrt{128-28} = \sqrt{100} = 10$

Deci media geometrică a numerelor este 10.

5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $\sphericalangle DAB = 90^{\circ}$, $AD = 40\text{cm}$ și $CD = 30\text{cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și O este punctul lor de intersecție.



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ADC este egal cu 120cm .

ΔADC : dreptunghic în $\hat{D}$. Cu T. Pitagora avem:

$AC^2 = DA^2 + DC^2 = 40^2 + 30^2 = 50^2$ (nr. pitagorice)

$AC = \sqrt{50^2} = 50$ (cm) $\quad (1600 + 900 = 2500 = 50^2)$

$P_{\Delta ADC} = AD + DC + AC = 40 + 30 + 50 = 120$ (cm), q.e.d.

(3p) b) Calculează aria trapezului $ABCD$.

$\Delta DAC \sim \Delta ABD$ (u.u.) $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BD} = \frac{DC}{AD} \Rightarrow$

$\{$ - dreptunghice
$\{$ $\widehat{DAC} \equiv \widehat{ABD}$ ($\sphericalangle$ cu lat. perpend.)

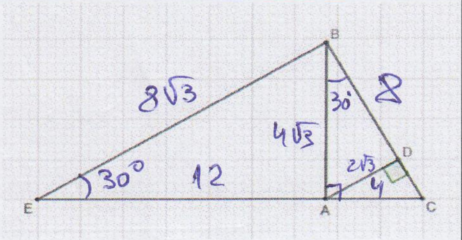
$\Rightarrow \frac{40}{AB} = \frac{50}{BD} = \frac{30}{40} \Rightarrow AB = \frac{40 \cdot 40}{30} = \frac{160}{3}$ (cm) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(\frac{160}{3} + 30) \cdot 40}{2} = \frac{(160+90) \cdot \cancel{40}^{20}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} =$

$= \frac{250 \cdot 20}{3} = \frac{5000}{3}$ (cm^2) .

Obs: T. Un patrulater „ortodiagonal" are aria egală cu jumătate din produsul diagonalelor. (Vezi rombul)
La noi $BD = (50 \cdot 40)/30 = \frac{200}{3}$ etc. Se obține tot $\frac{5000}{3}$ cm^2

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC dreptunghic în A, $\sphericalangle ABC = 30°$. Perpendiculara din A pe BC intersectează dreapta BC în punctul D, $AD = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Paralela prin B la AD intersectează dreapta AC în punctul E.



2p) a) Demonstrează că $BE = 8\sqrt{3}\text{cm}$.

În $\triangle ADB$ dreptunghic în $\hat{D}$, $m(\widehat{ABD}) = 30° \Rightarrow$
$\Rightarrow AB = 2AD = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm).
De asemenea, în $\triangle ABC$ dreptunghic în $\hat{A}$, $m(\widehat{ABC}) = 30° \Rightarrow$
$\Rightarrow m(\hat{C}) = 60°$. $\left.\begin{array}{l} AD \perp BC \\ BE \parallel AD \end{array}\right| \Rightarrow BE \perp BC \Rightarrow \triangle BEC$ este dreptunghic în $\hat{B}$. $m(\hat{C}) = 60° \Rightarrow m(\hat{E}) = 30°$ și în $\triangle ABE$, dr. în $\hat{A}$ avem $BE = 2AB = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ (cm), q.e.d.

(3p) b Demonstrează că perimetrul triunghiul BCE este mai mic decât 38cm.

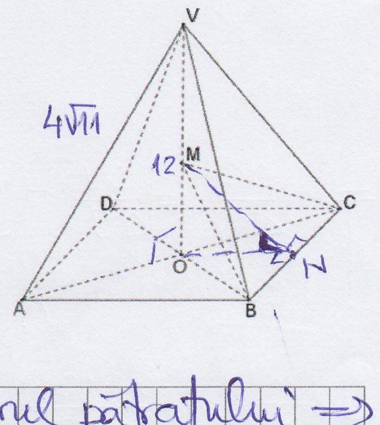
În $\triangle ABE$: $\cos 30° = \frac{AE}{BE} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{8\sqrt{3}} \Rightarrow AE = \frac{\cancel{8}^{4}\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} = 12$ (cm)

În $\triangle ABC$: $\cos 30° = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = \frac{2 \cdot 4\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}} \Rightarrow BC = 8$ cm,

$\text{tg } 30° = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AC = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 4$ (cm)

$P_{\triangle AEC} = 8\sqrt{3} + 8 + 16 = 8\sqrt{3} + 24$ cm.
$8\sqrt{3} + 24 \boxed{<} 38 \Leftrightarrow 8\sqrt{3} \boxed{<} 14 \;|(\cdot)^2 \Leftrightarrow 192 < 196$ (A)
Deci $P_{\triangle AEC} < 38$ cm.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu baza pătratul $ABCD$ și $VA = 4\sqrt{11}\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD, dreapta VO este perpendiculară pe planul (ABC), $VO = 12\text{cm}$ și punctul M este situat pe segmentul VO astfel încât $\frac{VM}{VO} = \frac{2}{3}$.



(2p) a) Arată că lungimea segmentului AC este egală cu $8\sqrt{2}\text{cm}$.

$ABCD$: pătrat, $VO \perp (ABC)$, O: centrul pătratului $\Rightarrow$
$\Rightarrow VABCD$: piramidă patrulateră regulată.
În $\triangle VOA$, dr. în $\hat{O}$, cu T. Pitagora avem $OA^2 = VA^2 - VO^2 =$

$= (4\sqrt{11})^2 - 12^2 = 176 - 144 = 32 \Rightarrow OA = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (cm)

$AC = 2 \cdot OA = 2 \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ (cm), q.e.d.

(3p) b) Calculează măsura unghiului determinat de planele (ABC) și (MBC).

Planele (ABC) și (MBC) formează unghiul diedru de muchie BC. Cele două perpendiculare pe muchie în același punct al muchiei sunt $MN \perp BC$, respectiv $ON \perp BC$, unde N este mijlocul lui [BC].

(Argumente: $ON \perp BC$ – ca apotemă a bazei piramidei

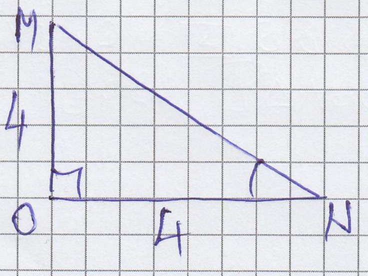
$\left.\begin{array}{l}\Delta MOB \equiv \Delta MOC \text{ (C.C.)} \Rightarrow MB = MC \Rightarrow \Delta MBC: \text{isoscel} \\ MN: \text{mediană}\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow MN$: înălțime, deci $MN \perp BC$)

Deci $m[\widehat{(ABC);(MBC)}] = m(\widehat{MNO})$

$\frac{VM}{VO} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{VM}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow VM = \frac{\cancel{12}^{4} \cdot 2}{\cancel{3}_{1}} = 8$ (cm).

$MO = VO - VM = 12 - 8 = 4$ (cm)



$AC = l\sqrt{2}$

$8\sqrt{2} = l\sqrt{2} \Rightarrow l = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8$ (cm) $= AB$

$ON = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (cm)

$\Rightarrow \Delta OMN$: dr. isoscel $\Rightarrow m(\widehat{MNO}) = 45°$.

Deci $m[\widehat{(ABC);(MBC)}] = 45°$.